# Самостійна робота №5

# Системна задача раціонального вибору параметрів складних виробів

***Мета роботи:*** освоївши теоретичний матеріал по темі, навчитись розв’язувати задачі раціонального вибору параметрів складних систем.

## Розділ 1 Теоретичні відомості

При проектуванні складного технічного виробу найважливішою задачею є раціональний вибір параметрів і узгодження вимог до зовнішніх і внутрішніх показників виробу при апріорно відомих обмеженнях на показники зовнішнього впливу. У цій роботі розглянемо можливості розв’язання даної задачі на конкретному прикладі раціонального погодженого формування множини Парето за вихідними даними виробу.

*Перейдемо до математичної постановки задачі.*

Вважаємо відомими цільові функції у вигляді наступної ієрархічної системи адитивних функцій**:**

,  (5.1.1)

****, (5.1.2)

**** (5.1.3)

****, .

або у вигляді відповідної ієрархічної системи адитивних функцій або мультиплікативних функцій, які отримані при виконанні Самостійної роботи №2 та Самостійної роботи №3.

*Задано* вимоги до зовнішніх показників для умовного виробу:

,(5.1.4)

та вимоги до внутрішніх показників :

*.*(5.1.5)

Крім того, на показники зовнішніх впливів задано обмеження у вигляді:

, (5.1.6)

*.* (5.1.7)

*Потрібно* сформувати таку множину Парето для функцій , для якої на підставі вихідних даних (5.1.4)—(5.1.7) забезпечуватиметься раціональне взаємне узгодження області визначення функцій  і множини значень цих функцій з урахуванням умов:

(; (5.1.8)

; (5.1.9)

*.* (5.1.10)

Відзначимо ряд практично важливих *властивостей і особливостей* основних обчислювальних процедур (ОП) розв’язання даної задачі. Насамперед, необхідно відзначити практичну необхідність і технологічну доцільність одночасного виконання двох умов взаємозв’язку множин  і під час формування раціонального розв’язання. Результати розв’язання задачі визначаються співвідношеннями (5.1.8) і (5.1.9), де повинні для (5.1.9) виконуватися умови (5.1.10).

*Введемо необхідні визначення і позначення:*

1) цільові функції  характеризують залежність показників якості  виробу від його внутрішніх показників  і показників  і  зовнішнього впливу на основі співвідношення 

2) вектор  визначає показники якості (технічні, економічні, експлуатаційні та ін.) виробу, вектор  визначає внутрішні показники (конструктивні, технологічні та ін.) виробу,  - контрольовані показники керованого зовнішнього впливу (статичного, динамічного навантаження та інші),  - показники некерованого зовнішнього впливу (зовнішнього середовища та інших умов експлуатації; прогнозовані показники ринку попиту і збуту, ситуацій ризику);

3) позначка визначає величини, які можна коректувати в процесі розв’язання задачі;

4) позначка \* визначає величини, які не підлягають коректуванню: вони є апріорно заданими обмеженнями або є кінцевим результатом розв’язання задачі;

5) позначка визначає величини, які є проміжними результатами в процесі розв’язання задачі;

6) умова (5.1.8) означає, що для всіх значень  обов’язково є відповідні значення  в множині , яке визначає кінцевий результат розв’язання задачі;

7) умова (5.1.9) означає, що для всіх значень  із множини , обумовленої співвідношенням (5.1.10), обов’язково є відповідні значення , де множини  визначають кінцевий результат розв’язання задачі;

8) задача вважається розв’язаною, якщо одночасно виконуються умови (5.1.8) і (5.1.9), що технічно свідчить про взаємне узгодження зовнішніх і внутрішніх показників виробу: всі показники вироби реалізуються в межах заданих обмежень  і ;

9) результатом розв’язання задачі є множина Парето , яка характеризується взаємним системним інтервальним узгодженням області визначення  і множини значень  функцій  і визначає взаємну відповідність множин  і  у вигляді



Відзначимо практичну необхідність і доцільність одночасного виконання умов (5.1.8) та (5.1.9) під час формування множини Парето. Ці умови відображають різні підходи до вибору раціонального розв’язку, який визначає шукану множину Парето. Умова (5.1.8) передбачає прийняття як вихідних даних внутрішніх показників за наявності незмінюваних обмежень на показники зовнішніх впливів. На практиці такі обмеження задані стандартами для різних видів виробів, виконання яких обов’язкове. При цьому шуканими величинами є показники якості. Цей підхід дає змогу зрозуміти, які показники якості можна одержати за обраних внутрішніх показників і за наявності заданих обмежень на показники зовнішніх впливів.

Умова (5.1.9) передбачає інший підхід: за вихідні дані взяти вимоги до зовнішніх показників якості, а шуканими величинами є внутрішні показники виробу. Це дає можливість зрозуміти, які внутрішні показники необхідні для реалізації заданих показників якості за наявності заданих обмежень на показники зовнішніх впливів.

Отже, за незмінюваних обмежень на показники зовнішніх впливів перший підхід забезпечує формування «вигляду» виробу залежно від задання внутрішніх параметрів до визначення якості виробу. Другий підхід реалізує протилежну послідовність: від задання якості виробу до вибору структури і внутрішніх показників. Математично суть першого підходу полягає у побудові множини Парето як множини значень функцій , оптимальних за Парето на апріорно заданій незмінюваній області їхнього визначення .

Другий підхід реалізує формування області методом такого її коригування, внаслідок якого можна досягти оптимальних значень функцій Ф.

*Розглянемо алгоритм формування множини Парето.*

Реалізуємо **ОП-1,** починаючи із перевірки умови (5.1.8).

За вихідними даними (5.1.4)-(5.1.5) для всіх на основі формул (5.1.1)-(5.1.2) потрібно виконати такі дії:

1.1. Знайти:

 (5.1.11)

1.2. Сформувати:

(5.1.12)

1.3. Перевірити виконання умов:

;(5.1.13)

(5.1.14)

1.4. Проаналізувати результати перевіркою умов:

* якщо виконується умова (5.1.13), то (5.1.4) і (5.1.5) — сумісні, а (5.1.12) — шуканий результат;
* якщо виконується умова (5.1.14), то (5.1.4) і (5.1.5) – несумісні, і потрібно коригувати (5.1.4) або (5.1.5).

Для реалізації **ОП-2** за вихідними даними для  потрібно виконати такі дії:0

2.1. Сформувати дискретні аналоги:

(5.1.15)

(5.1.16)

(5.1.17)

2.2. Сформувати систему рівнянь:

. (5.1.18)

2.3. Розв’язати систему (5.1.18) і за результатами розв’язання знайти:



.

2.4. Перевірити виконання умов:

; (5.1.19)

 (5.1.20)

. (5.1.21)

2.5. Проаналізувати результати перевіркою умов:

* якщо виконується умова (5.1.19), то (5.1.4) і (5.1.5) — сумісні, а (5.1.21) — шуканий результат;
* якщо виконується умова (5.1.20), то (5.1.4) і (5.1.5) — несумісні, і потрібно коригувати (5.1.4) або (5.1.5).

У результаті, за одночасного виконання умов (5.1.13) і (5.1.19) і, як наслідок, — умов (5.1.8) і (5.1.9), одержуємо шукану множину Парето *.* Вона характеризується тріадою *,* забезпечує системне, взаємне інтервальне узгодження області визначення і множини значень  для кожної функції множини , її описує співвідношення:

.

*Примітка до алгоритму знаходження множини Парето:*

1. У якості вихідних даних будемо використовувати відповідні ієрархічні системи адитивних або мультиплікативних функцій , які отримані при виконанні Самостійної роботи №2 та Самостійної роботи №3.
2. Інтервали параметрів , , не змінювати. Інтервали для параметрів  можуть розширитися: наприклад, значення границь компонент вектору  прийняти рівним 0.01, а значення границь компонент вектору  збільшити в 2 рази. Тут  і  визначаються відповідно min і max значеннями відповідних змінних зазначеної вище роботи.
3. Значення границь вектора ****** при необхідності можуть розширюватися: наприклад потрібні значення границь для всіх  зменшити в 1.5 рази, а значення границь вектора  збільшити в 3 рази. Тоді в заданій області  варто прийняти ; . Розміри можуть зменшуватися для всіх границь  і збільшуватися для всіх границь . Як шукані границі області  також можна приймати наступні співвідношення: ****** при . Аналогічно можуть змінюватися границі для . Чисельні величини розмірів границь можуть, крім того, або задатися інтуїтивно і потім уточнюються в процесі розв’язання задачі, або коректуватися методами послідовного наближення змінюваних границь одних показників до заданих незмінних параметрів інших.
4. Границі шуканої області  визначати за результатами розв’язання системи (5.1.18). Вони повинні бути позитивними числами і бути погодженими із границями області  так, щоб область  не перетворювалася у «вузьку смужку».
5. На підставі вибірки, представленої в попередній роботі, формується нова вибірка для системи рівнянь (5.1.18). Вона повинна включати такі значення для кожного елемента векторів , які визначають границі (максимальне і мінімальне значення) і центр відповідного інтервалу або значення, близькі до них. Елементи вибірки повинні бути різними для кожного елемента векторів  і для кожної функції.

Питання для підготовки до виконання роботи:

1. Які особливості формування множини Парето на основі взаємного узгодження області визначення і множини значень цільових функцій?
2. У чому полягає суть підходу до формування множини Парето на основі взаємного узгодження області визначення і множини значень цільових функцій?
3. Чи є взаємозамінними підходи до формування множини Парето на основі узгодження тільки області визначення або тільки множини значень цільових функцій?

## Розділ 2 Постановка задачі

***Задано:***

* вимоги до зовнішніх показників ;
* вимоги до внутрішніх показників ;
* визначені обмеження на показники зовнішнього впливу .

***Потрібно:***

* забезпечити раціональне взаємне узгодження множини внутрішніх показників , множин показників зовнішнього впливу  і , множини зовнішніх показників 
* сформувати множину Парето для функцій, , для якої на підставі вихідних даних забезпечуватиметься раціональне взаємне узгодження області визначення функцій  і множини значень цих функцій згідно ОП-1 та ОП-2, що описані у Розділі 2.
* Зробити письмовий звіт про виконану роботу.

## Розділ 3 Приклади виконання роботи

Приклад 1

Використовуючи наведений у Розділі 1 алгоритм, знайдемо множину Парето для внутрішніх  і зовнішніх  параметрів за вибіркою обсягом даних , показаною у табл. 5.3.1.

Таблиця 5.3.1.Вихідні дані за експериментальною вибіркою

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 1 | 0 | 1 | 0,4 | 0,5 | 0 | 1 | 0 | 0,5 | 2,284 | 1,59933 | 1,16522 |
| 2 | 0 | 0,09 | 0,3 | 0,6 | 0,01 | 0,9 | 0,12 | 0,6 | 1,5097 | 1,05679 | 0,76995 |
| 3 | 0,22 | 0,08 | 0,2 | 0,07 | 0,02 | 0,8 | 0,22 | 0,7 | 1,55233 | 1,08663 | 0,79169 |
| 4 | 0,33 | 0,07 | 0,1 | 0,08 | 0,03 | 0,7 | 0,32 | 0,8 | 1,60862 | 1,12604 | 0,8204 |
| 5 | 0,44 | 0,06 | 0 | 0,09 | 0,04 | 0,6 | 0,42 | 0,9 | 1,67857 | 1,175 | 0,85607 |
| 6 | 0,55 | 0,5 | 0,5 | 0,1 | 0,05 | 0,05 | 0,52 | 1 | 1,91218 | 1,33853 | 0,97521 |
| 7 | 0,66 | 0,04 | 0,6 | 0,09 | 0,06 | 0,4 | 0,62 | 0,4 | 1,84825 | 1,29378 | 0,94261 |
| 8 | 0,77 | 0,03 | 0,7 | 0,08 | 0,07 | 0,3 | 0,72 | 0,3 | 1,94798 | 1,36359 | 0,99347 |
| 9 | 0,88 | 0,02 | 0,8 | 0,07 | 0,08 | 0,2 | 0,82 | 0,2 | 2,06137 | 1,44296 | 1,0513 |
| 10 | 0,99 | 0,01 | 0,9 | 0,06 | 0,09 | 0,1 | 0,92 | 0,1 | 2,18842 | 1,53191 | 1,1161 |
| 11 | 1 | 0 | 1 | 0,05 | 1 | 0 | 1 | 0 | 2,44475 | 1,71133 | 1,24682 |
| 12 | 2 | 1,5 | 0,25 | 0,04 | 1,8 | 1,1 | 2 | 1,2 | 5,32518 | 3,72763 | 2,71584 |
| 13 | 1,2 | 0,13 | 0,45 | 0,03 | 1,4 | 1,5 | 1,6 | 1,7 | 4,58537 | 3,20976 | 2,33854 |
| 14 | 1 | 0,6 | 0 | 0,02 | 0,7 | 0,4 | 0,3 | 0,5 | 2,26572 | 1,586 | 1,15552 |
| 15 | 0,8 | 0,1 | 0,45 | 0,01 | 0 | 0,7 | 1 | 0,7 | 2,4833 | 1,73833 | 1,2665 |
| 16 | 1,3 | 1,8 | 1,5 | 0 | 1,9 | 0,4 | 1,5 | 1,7 | 5,7822 | 4,04754 | 2,94892 |
| 17 | 1,1 | 0,19 | 1,9 | 0,15 | 2 | 0,3 | 1,6 | 1,8 | 4,55915 | 3,19141 | 2,32517 |
| 18 | 0,9 | 2 | 2,3 | 0 | 0,21 | 0,2 | 1,7 | 1,9 | 6,0362 | 4,22534 | 3,07846 |
| 19 | 0,7 | 2,1 | 0,27 | 0,11 | 0,22 | 0,1 | 1,8 | 2 | 5,75073 | 4,02551 | 2,93287 |
| 20 | 0,5 | 2,2 | 0,31 | 0 | 0,23 | 0 | 1,9 | 0,21 | 5,4221 | 3,79547 | 2,76527 |
| 21 | 0,3 | 1,3 | 0,7 | 0,12 | 0,14 | 0,95 | 1 | 1,2 | 3,71637 | 2,60146 | 1,89535 |
| 22 | 0,2 | 1,4 | 0,8 | 0,14 | 1,5 | 0,84 | 0,11 | 1,3 | 3,33138 | 2,33196 | 1,6990 |
| 23 | 0,1 | 1,5 | 0,9 | 0,16 | 1,6 | 0,73 | 0,12 | 1,4 | 3,41644 | 2,39151 | 1,74239 |
| 24 | 0 | 1,6 | 1 | 0 | 1,7 | 0,62 | 0,13 | 1,5 | 3,49744 | 2,44821 | 1,7837 |
| 25 | 1,5 | 1,7 | 1,1 | 0,13 | 1,8 | 0,51 | 0,14 | 1,6 | 4,23661 | 2,96563 | 2,16067 |

Ітераційну процедуру пошуку множини Парето ілюструє серія вікон програми (рис. 5.3.1.1–5.3.1.4).



Рисунок 5.3.1.1.Процедура коригування *Y*



Рис 5.3.1.2.Процедура коригування 

Для виконання вимог до  змінимо межі для , ,, (рис. 5.3.1.3)



Рисунок 5.3.1.3. Процедура коригування 

Застосовуючи послідовно процедури коригування для  і *Y*, одержимо узгоджену за внутрішніми і зовнішніми параметрами множину Парето (рис. 5.3.1.4).



Рисунок 5.3.1.4.Узгоджена за внутрішніми і зовнішніми параметрами множина Парето

Приклад 2

Нехай потрібно за певний термін виконати певну роботу, наприклад, вирити котлован. Роботу можна виконати тільки за допомогою комплексу машин: виїмка землі — екскаваторами, транспортування — вантажівками або тракторами із причепом, укладання вивезеної землі — планувальною машиною (бульдозером, катком тощо). Задача полягає в тому, щоб підібрати параметри всіх цих машин так, щоб увесь їх комплекс працював ефективно, а роботу було виконано вчасно.

Ефективність роботи комплексу залежить від кількох груп параметрів: параметрів котлована (глибини, довжини, ширини, твердості ґрунту), параметрів дороги (довжини і якості), параметрів екскаваторів (місткості ковша), параметрів вантажівок (вантажопідйомності), параметрів бульдозера (потужності) (табл. 5.3.2.1). Задачу розв’язували, використовуючи наведений вище алгоритм.

Інтерфейс користувача організовано у вигляді багатовіконного програмного інтерфейсу, що дає змогу одночасно відображати й оперувати всіма даними, доступними ОПР. Ці дані у процесі роботи алгоритму можна змінювати.

Таблиця 5.3.2.1 Вихідні дані для прикладу 2

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Номер вибірки** | **Глибина котловану, м** | **Довжина котловану, м** | **Ширина котловану, м** | **Твердість грунту (число твердості)** | **Довжина дороги, км** | **Якість дороги,  ум. од** | **Місткість ковша екскаватора,  м3** | **Вантажопідйомність грузовика (т)** | **Потужність бульдозера  к.с.** | **Вартість робіт, тис. грн.** | **Тривалість робіт, год** |
| 1 | 8 | 8 | 3 | 1 | 3 | 0 | 3 | 2 | 3 | 400 | 18 |
| 2 | 1 | 4 | 2 | 2 | 5 | 1 | 5 | 3 | 1 | 100 | 14 |
| 3 | 5 | 5 | 3 | 1 | 3 | 0 | 2 | 4 | 1 | 500 | 12 |
| 4 | 10 | 8 | 4 | 1 | 5 | 1 | 4 | 5 | 2 | 300 | 20 |
| 5 | 2 | 7 | 3 | 1 | 5 | 0 | 1 | 2 | 2 | 200 | 10 |
| 6 | 2 | 6 | 2 | 2 | 3 | 0 | 3 | 4 | 3 | 100 | 11 |
| 7 | 6 | 3 | 1 | 1 | 3 | 0 | 5 | 3 | 1 | 300 | 17 |
| 8 | 7 | 5 | 2 | 1 | 5 | 1 | 2 | 2 | 2 | 400 | 19 |
| 9 | 6 | 4 | 3 | 2 | 1 | 0 | 2 | 5 | 2 | 500 | 13 |
| 10 | 8 | 4 | 3 | 1 | 4 | 1 | 3 | 2 | 3 | 250 | 10 |
| 11 | 2 | 3 | 3 | 2 | 1 | 1 | 1 | 3 | 1 | 270 | 14 |
| 12 | 5 | 5 | 2 | 1 | 2 | 0 | 2 | 2 | 1 | 370 | 17 |
| 13 | 9 | 8 | 1 | 1 | 5 | 0 | 5 | 5 | 3 | 550 | 19 |
| 14 | 3 | 7 | 4 | 1 | 3 | 0 | 4 | 4 | 2 | 150 | 15 |
| 15 | 4 | 6 | 3 | 1 | 2 | 1 | 3 | 3 | 1 | 370 | 13 |
| 16 | 5 | 5 | 2 | 2 | 1 | 0 | 2 | 2 | 2 | 420 | 18 |
| 17 | 7 | 2 | 1 | 2 | 1 | 0 | 1 | 4 | 2 | 170 | 11 |
| 18 | 3 | 9 | 2 | 2 | 5 | 0 | 3 | 3 | 1 | 120 | 10 |
| 19 | 4 | 7 | 5 | 1 | 4 | 0 | 5 | 2 | 1 | 280 | 17 |

Результати розв’язання такі:

* раціональні значення якісних показників та відповідні їм значення конструктивних показників і параметрів зовнішнього впливу;
* остаточний результат у вигляді шуканої множини Парето після виконання потрібної кількості ітерацій;
* початкові обмеження на значення параметрів і функцій.

Розв’язуючи задачу в інтерактивному діалоговому режимі, одержуємо узгоджену множину Парето (табл. 5.3.2.2).

Таблиця 5.3.2.2. Узгоджена множина Парето

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Глибина котловану, м** | **Довжина котловану, м** | **Ширина котловану, м** | **Твердість грунту (число твердості)** | **Довжина дороги, км** | **Якість дороги, ум. од** |
| [1.709; 4.884] | [4.192; 6.595] | [1.688; 3.3] | [1; 2] | [1.015; 5.11] | [0;1] |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Місткість ковша екскаватора, м3** | **Вантажопідйомність вантажівки, т** | **Потужність бульдозера, к.с.** | **Вартість робіт, тис. грн** | **Тривалість робіт, год** |
| [1.778; 3.898] | [2.367; 4.046] | [1.589; 1.953] | [16.119; 559.599] | [8.078; 20.374] |



Рисунок 5.3.2**.** Ітераційна процедура відшукання множини Парето

Отже, наведені приклади ілюструють практичну можливість знаходити раціональний компроміс між суперечливими цілями під час розробки окремих виробів нової техніки або організації низки технологічних процесів у єдину технологію будівельних, промислових чи інших видів робіт із використанням системи різних видів техніки.